

ΤΟ ΑΤΟΜΟ

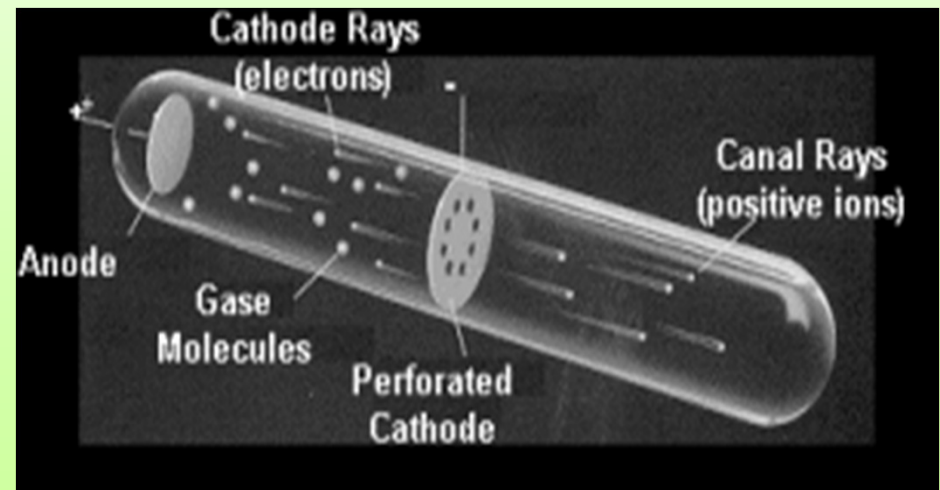
ΔΗΜΟΚΡΗΤΟΣ

[Η ύλη αποτελείται από πολύ μικρές αδιαίρετες και άφθαρτες μονάδες – ΑΤΟΜΑ]

- Μελέτη των ηλεκτρικών εκκενώσεων μέσα σε πολύ αραιωμένο αέριο [Εκκένωση αίγλης] **Καθοδικές Ακτίνες – Διαυλικές Ακτίνες**

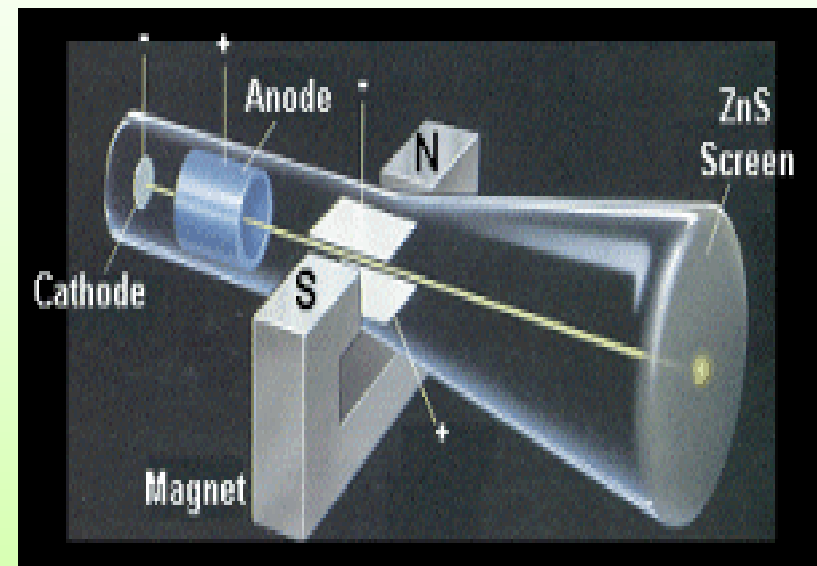
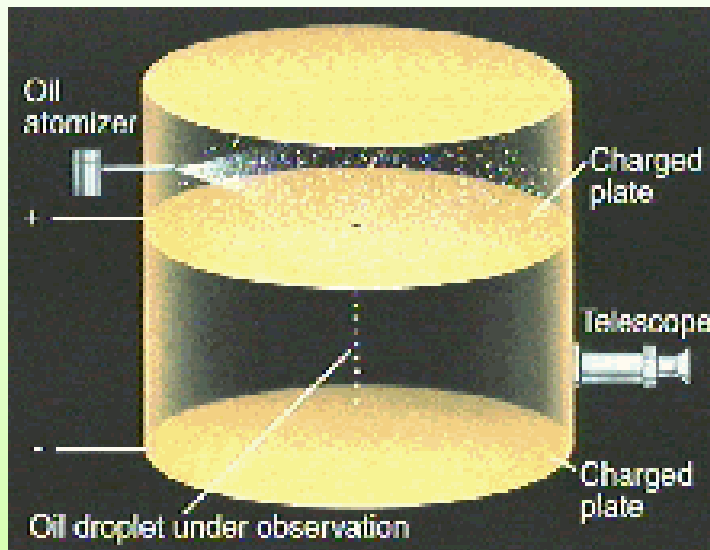
W. Prout

[Όλα τα στοιχεία είναι διαφορετικές συμπικνώσεις του **υδρογόνου**]



ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΑ - ΠΡΩΤΟΝΙΑ

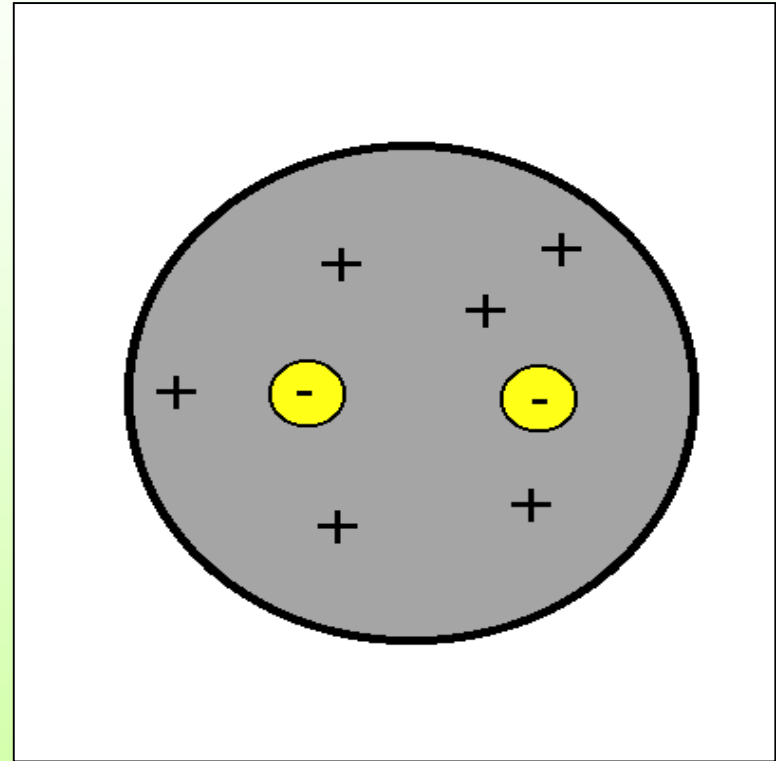
- Οι **καθοδικές ακτίνες** είναι αρνητικά φορτισμένα σωματίδια με το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο – **ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΑ** – $-1.6 \times 10^{-19} \text{ Cb}$ και μάζα $9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ [Thomson – Millikan]



- Οι **διαυλικές ακτίνες** είναι θετικά φορτισμένα σωματίδια με το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο – **ΠΡΩΤΟΝΙΑ** – $+1.6 \times 10^{-19} \text{ Cb}$ και μάζα ίση με το άτομο του υδρογόνου

Ατομικό Μοντέλο του THOMSON [1897-1911]

- Το άτομο είναι ένα σφαιρικό «νέφος» θετικού φορτίου με ακτίνα της τάξης των 10^{-10} m μέσα στο οποίο τα ηλεκτρόνια καταλαμβάνουν συγκεκριμένες θέσεις.
- Όταν το άτομο διεγερθεί τα e^- ταλαντώνονται και εκπέμπουν Η/Μ κύματα – φωτόνια.



Οι απόψεις αυτές συμφωνούν με την κλασσική ηλεκτροδυναμική αλλά δεν συμφωνούν με τα φάσματα εκπομπής των ατόμων.

Πείραμα Geiger-Marsden [1911]

[Σωματία α σκεδάζονται από λεπτό φύλλο Au]

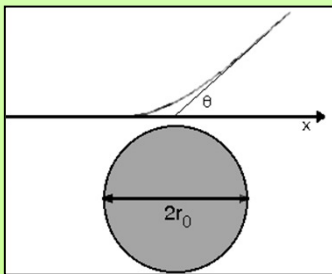
- Από το πείραμα προέκυψε ότι τα σωματία α σκεδάζονταν κυρίως σε μικρές γωνίες αλλά μερικά από αυτά σκεδάζονταν και σε μεγάλες γωνίες έως και 180°

Απόρριψη μοντέλλου Thomson

$$F = E \cdot 2e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{79e \cdot 2e}{r_0^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{158 \cdot (1.6 \cdot 10^{-19})^2}{10^{-20}} = 3.64 \cdot 10^{-6} N$$

$$F = m\alpha \Rightarrow 3.64 \cdot 10^{-6} N = 6.7 \cdot 10^{-27} kg \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = 5.4 \cdot 10^{20} m/sec^2$$

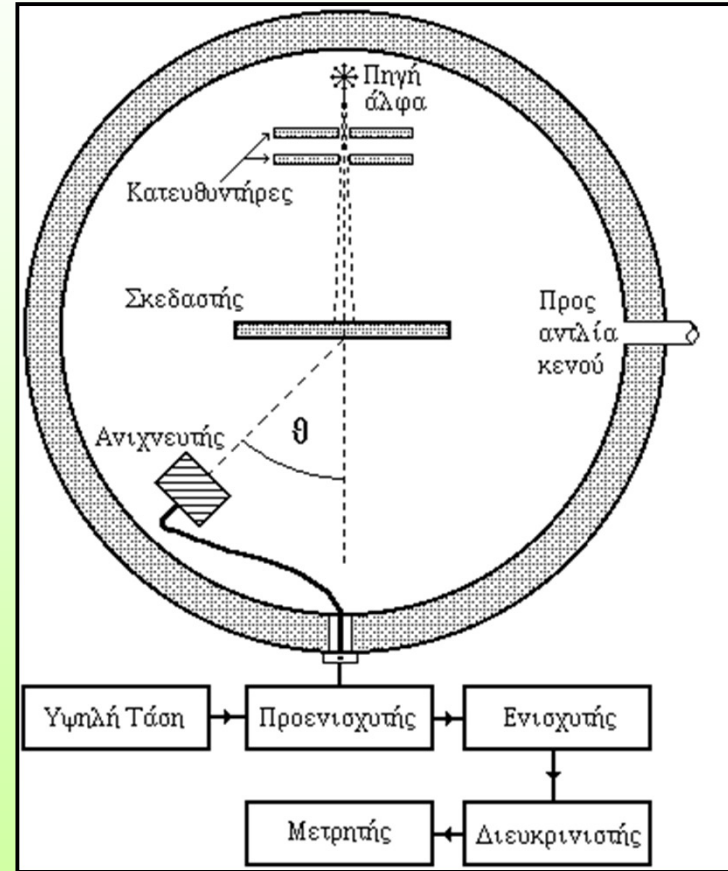
$$v_x = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5 \cdot 10^6 eV \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} J/eV}{6.7 \cdot 10^{-27} kg}} = 1.6 \cdot 10^7 m/sec$$



$$t = 2r_0 / v_x = 1.25 \cdot 10^{-17} sec$$

$$v_\psi = \alpha \cdot t = 6750 m/sec$$

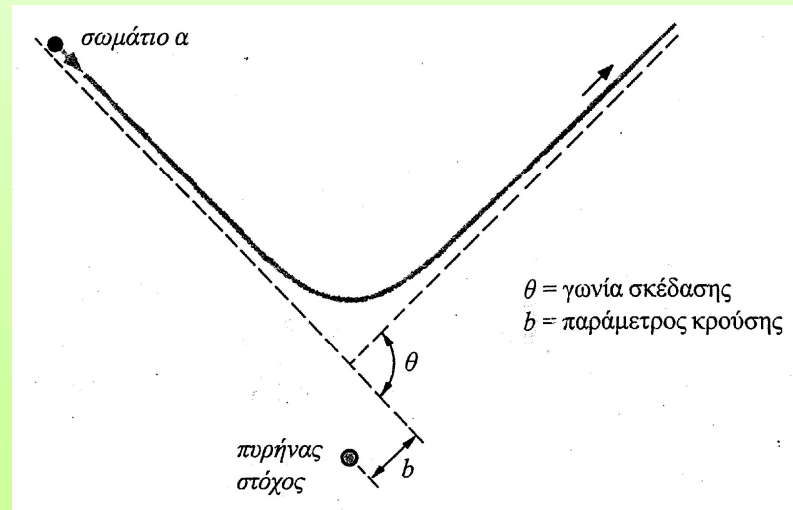
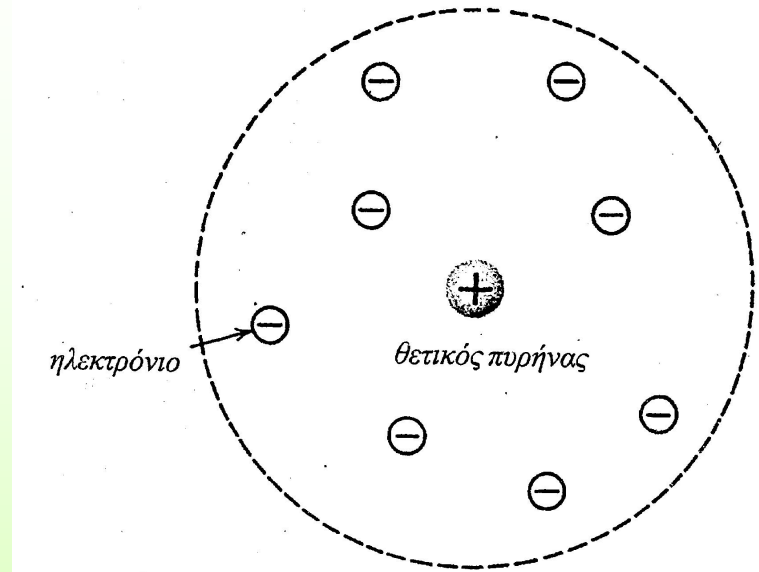
$$\tan \vartheta = v_\psi / v_x \Rightarrow \vartheta = 0.024^\circ$$



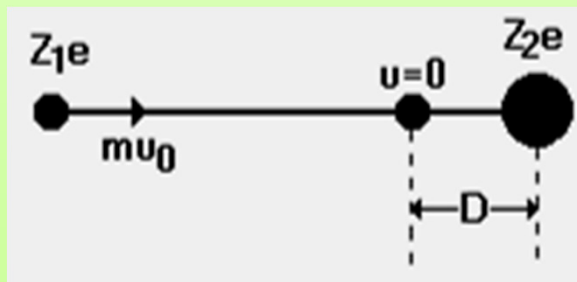
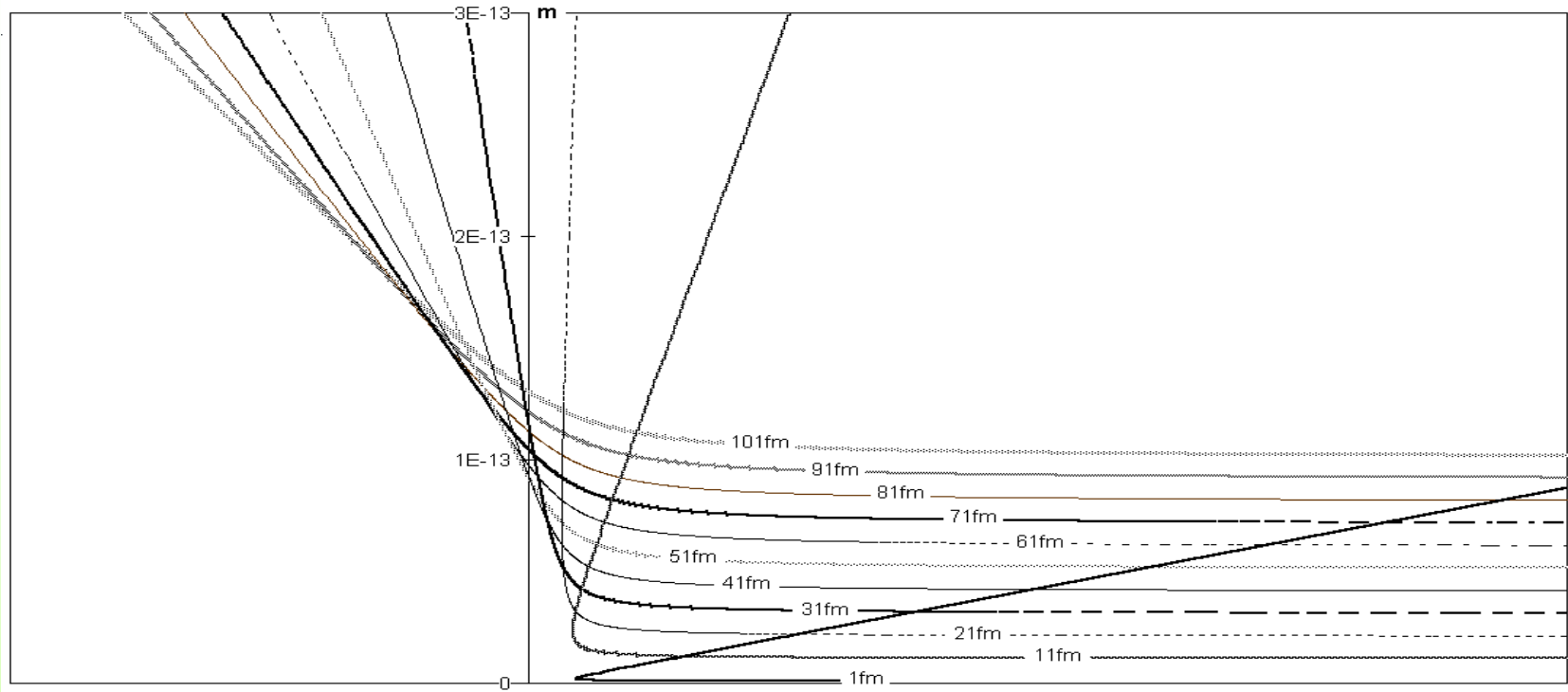
Για εκτροπή 10° : $r_0 < 10^{-13} m$

Ατομικό Μοντέλο του RUTHERFORD [1911]

- Για να έχουμε ανάκλαση των σωματιδίων α θα πρέπει να υπάρχει μέσα στο άτομο ένα θετικά φορτισμένο κέντρο (πυρήνας) με συγκεντρωμένη όλη σχεδόν την μάζα του ατόμου.
- Τα σωματία α δεν μπορούν να περάσουν μέσα από τον πυρήνα.
- Ο πυρήνας δεν ανακρούεται κατά την σκέδαση των σωματιδίων α .



Παράμετρος κρούσης b



$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{D}$$

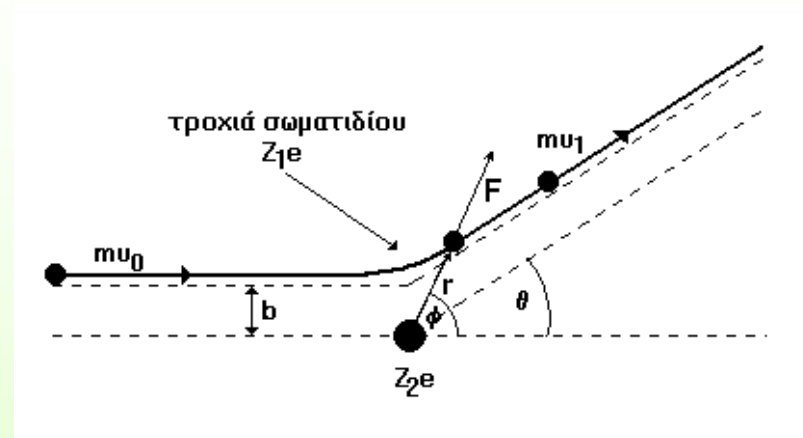
$$D = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{m v_0^2 / 2}$$

Ακτίνα πυρήνα του Au $< 10^{-14}$ m

Μελέτη της σκέδασης των σωματιδίων α βάσει του Μοντέλου του Rutherford

$$F(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r^2} \quad V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_2 e}{r}$$

- Επομένως το σωματίο α εκτελεί υπερβολική κίνηση σκεδαζόμενο κατά γωνία θ όταν έχει παράμετρο κρούσης b



Αρχή διατήρησης της ενέργειας

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} m r^2 \left(\frac{d\phi}{dt} \right)^2 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}$$

Αρχή διατήρησης της στροφορμής

$$m b v_0 = m r^2 \frac{d\phi}{dt}$$

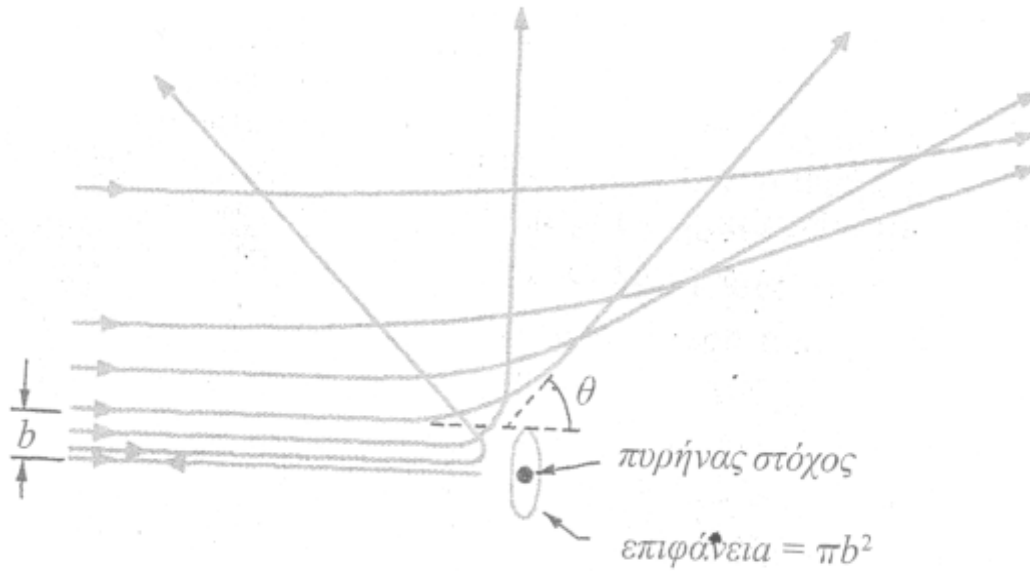
$$b = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\frac{1}{2} m v_0^2} \cot(\theta/2)$$

Αρχικές και τελικές συνθήκες:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow v_0 = v_1$$

$$m v_0 b_0 = m v_1 b_1 \Rightarrow b_0 = b_1$$

Ενεργός διατομή σκέδασης σ



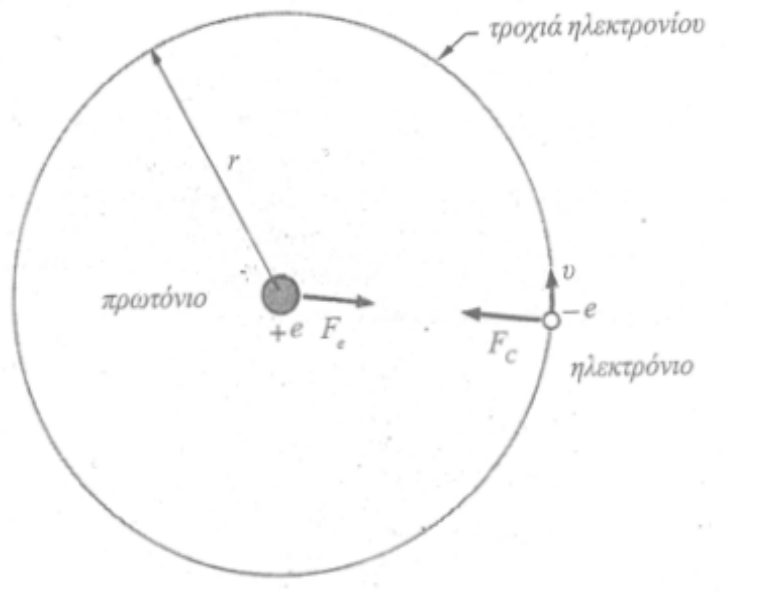
$$\sigma = \pi \cdot b^2 \quad [\text{barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2]$$

$$b = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\frac{1}{2} m v_0^2} \cot(\theta/2)$$

$$\sigma = \left(\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \right)^2 \pi \left[\frac{Z_1 Z_2 e^2}{m v_0^2 / 2} / \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]^2$$

Όταν το σωματίδιο $Z_1 e$ διέρθει από την επιφάνεια σ θα σκεδαστεί σε γωνία θ έως και π ανάλογα με την παράμετρο κρούσης b

Τροχιές των Ηλεκτρονίων στο Ατομικό πρότυπο



Βάσει του ατομικού μοντέλου του Rutherford τα e^- δεν πρέπει να είναι στατικά αλλά πρέπει να περιστρέφονται γύρω από τον πυρήνα εφόσον η δύναμη Coulomb δρα ως κεντρομόλος

$$F_c = F_e \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$

Ταχύτητα του e^- $v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 mr}}$

Ολική Ενέργεια του e^- $E = T + V = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$

Σύμφωνα με την Η/Μ θεωρία επιταχυνόμενο φορτίο εκπέμπει Η/Μ ακτινοβολία.

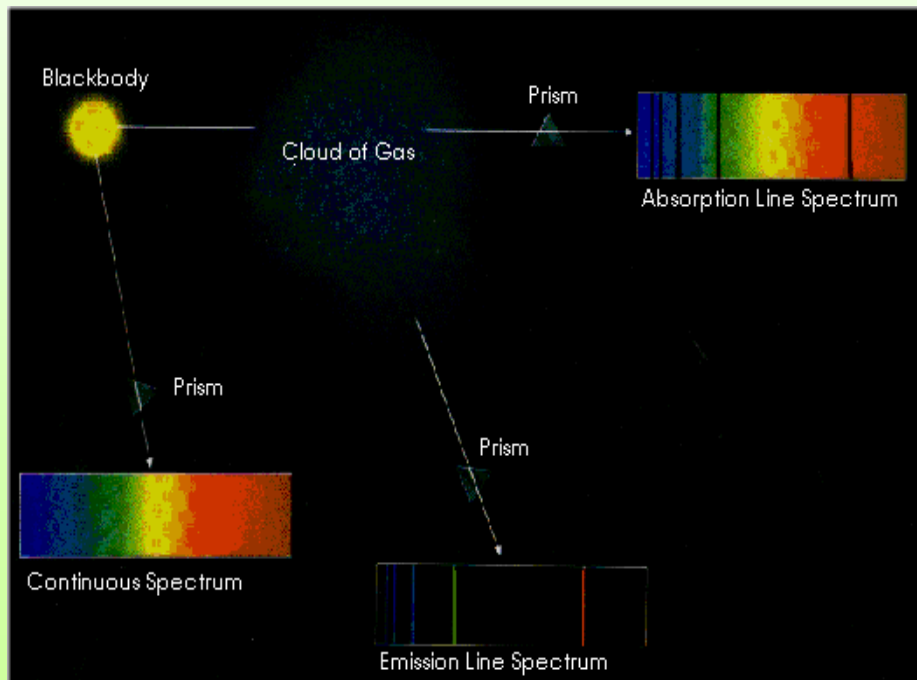
Το e^- καθώς περιστρέφεται γύρω από τον πυρήνα χάνει συνεχώς ενέργεια εκπέμποντας φωτόνια με αποτέλεσμα να εκτελεί ελικοειδή τροχιά και να οδηγείται τελικά σε πτώση προς τον πυρήνα.

Φάσματα εκπομπής και απορρόφησης αερίων [Φασματικές Σειρές του Ηδρογόνου]



Ο κυματάρηθος k κάθε ακτινοβολίας που εκπέμπεται από τα άτομα του Η

$$k = \frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n > m \quad \text{Rydberg (1889)}$$



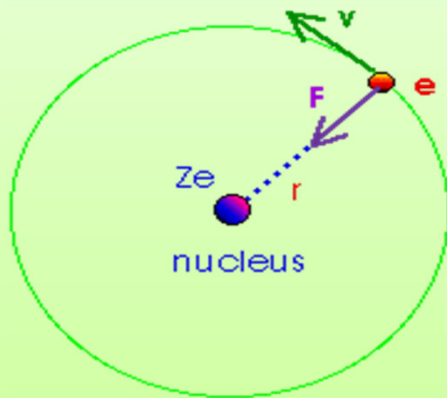
$R_H = 0.01097 \text{ nm}$ σταθερά **Rydberg**

- | | |
|---------------------------------------|-------------|
| m=1 Lyman Series (Ultraviolet) | n=2,3,4... |
| m=2 Balmer Series (Visible) | n=3,4,5... |
| m=3 Paschen Series (Infrared) | n=4,5,6... |
| m=4 Brackett Series (Infrared) | n=5,6,7... |
| m=5 Pfund Series (Infrared) | n=6,7,8.... |

ΚΒΑΝΤΙΚΟ Ατομικό Μοντέλο του BOHR [1913]

- Τα e^- κινούνται σε επιτρεπτές κβαντισμένες τροχίες χωρίς να εκπέμπουν Η/Μ ακτινοβολία
- Το e^- όταν μεταπίπτει από μια επιτρεπτή τροχία σε μια άλλη εκπέμπει φωτόνιο με ενέργεια όση η διαφορά ενέργειας των δύο τροχιών $\Delta E = h \cdot \nu$
- Η στροφορμή του e^- σε κάθε επιτρεπτή τροχία είναι κβαντισμένη και δίνεται από την σχέση $L = n \cdot h / 2\pi = n \cdot \hbar$ όπου $n = 1, 2, 3, \dots$

Αρχή διατήρησης των δυνάμεων



$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2} = \frac{m v^2}{r}$$

Αρχή διατήρησης της στροφορμής

$$m \cdot v \cdot r = n \cdot \hbar$$

Όπου $n = 1, 2, 3, \dots$ και καλείται **κβαντικός αριθμός τροχίας**

Κβάντωση Τροχιάς & Ενέργειας του e^-

- Ακτίνα επιτρεπτής τροχιάς e^- στο άτομο Bohr

$$r = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{mZe^2} \cdot n^2 = \left[4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{me^2} \right] \cdot \frac{1}{Z} \cdot n^2 = r_0 \cdot \frac{1}{Z} \cdot n^2 \quad r_0 = 0.5 \text{ \AA}$$

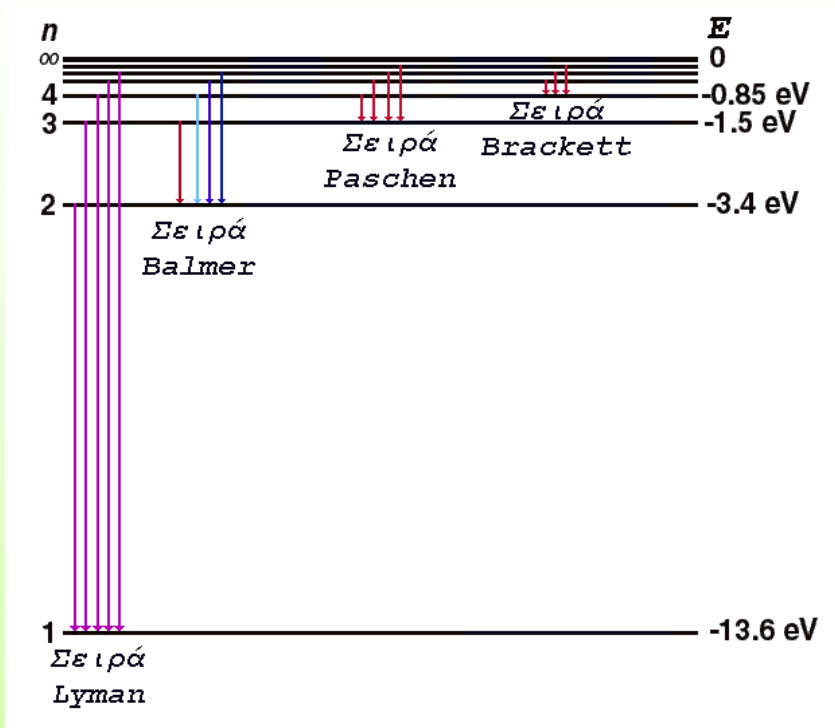
- Ταχύτητα τροχιάς e^- στο άτομο Bohr

$$v = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{\hbar} \cdot \frac{1}{n} = \left[\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{\hbar} \right] \cdot Z \cdot \frac{1}{n} = v_0 \cdot Z \cdot \frac{1}{n} \quad v_0 = 2.2 \times 10^6 \text{ m/sec}$$

- Ολική ενέργεια τροχιάς e^- στο άτομο Bohr

$$E = -\frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{mZ^2e^4}{2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} = \left[-\frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{me^4}{2\hbar^2} \right] \cdot Z^2 \cdot \frac{1}{n^2} \quad E_0 = -13.6 \text{ eV}$$

Φάσμα εκπομπής του ατόμου Bohr



- Η ενέργεια του φωτονίου εκπομπής όταν e^- μεταπηδά από τροχιά n στην τροχιά m δίδεται $h \cdot \nu = E_n - E_m$

$$\nu = \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{2\pi^2 m Z^2 e^4}{h^3} \left[\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right]$$

$$k = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{2\pi^2 m Z^2 e^4}{ch^3} \left[\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right]$$

$$\frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{2\pi^2 m Z^2 e^4}{ch^3} = 0.01097 \text{ nm} = R_H$$

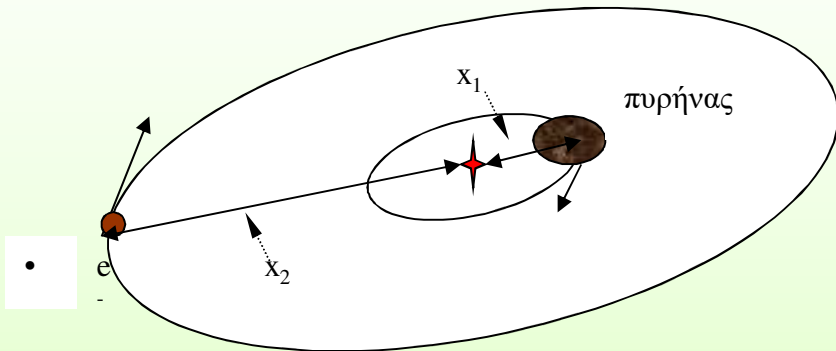
σταθερά **Rydberg**

Κίνηση Πυρήνα – Ανηγμένη μάζα

$$L = m \cdot x_2^2 \cdot \omega + M \cdot x_1^2 \cdot \omega$$

$$x_1 = \frac{m}{M + m} \cdot r$$

$$x_2 = \frac{M}{M + m} \cdot r$$



$$L = \left[\frac{m \cdot M}{M + m} \right] \cdot r^2 \cdot \omega = \mu \cdot r^2 \cdot \omega$$

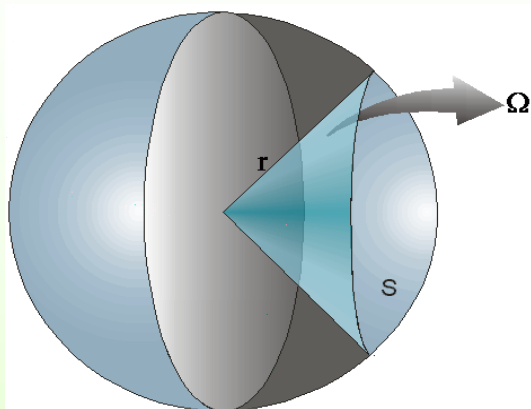
όπου μ ορίζεται ως η ανηγμένη μάζα του συστήματος πυρήνας-ηλεκτρόνιο

$$r = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{\mu Z e^2} \cdot n^2 = \left[4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{m e^2} \right] \cdot \frac{m}{\mu} \cdot \frac{1}{Z} \cdot n^2 = r_0 \cdot \frac{m}{\mu} \cdot \frac{1}{Z} \cdot n^2$$

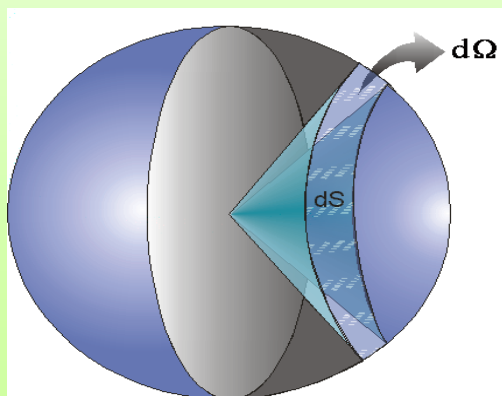
$$v = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z e^2}{\hbar} \cdot \frac{1}{n} = \left[\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{\hbar} \right] \cdot Z \cdot \frac{1}{n} = v_0 \cdot Z \cdot \frac{1}{n}$$

$$E = -\frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{\mu Z^2 e^4}{2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} = \left[-\frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{m e^4}{2\hbar^2} \right] \cdot \frac{\mu}{m} \cdot Z^2 \cdot \frac{1}{n^2} = E_0 \cdot \frac{\mu}{m} \cdot Z^2 \cdot \frac{1}{n^2}$$

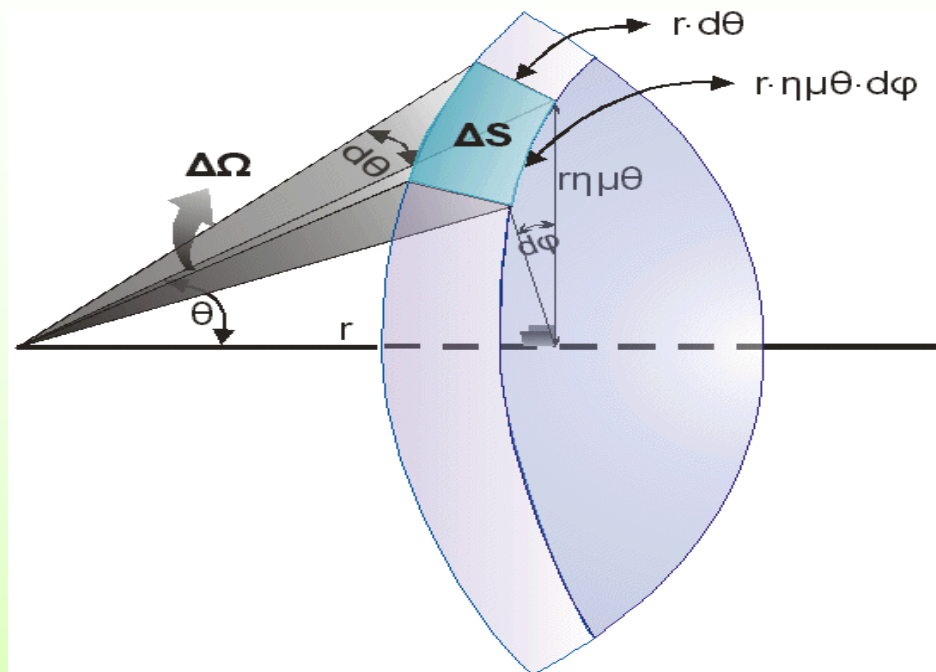
ΣΤΕΡΕΑ ΓΩΝΙΑ



$$\Omega \equiv \frac{S}{r^2} \text{ (steradians)}$$

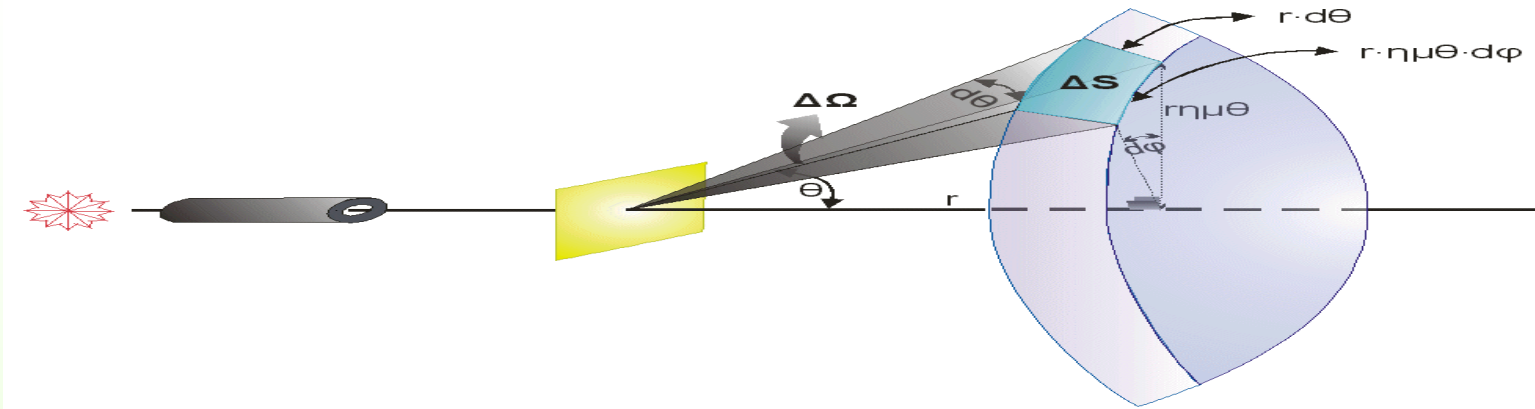


$$d\Omega \equiv \frac{dS}{r^2}$$



$$\Delta\Omega \equiv \frac{\Delta S}{r^2} = \frac{(r \cdot d\theta)(r \cdot \eta\mu\theta \cdot d\phi)}{r^2} = \eta\mu\theta \cdot d\phi \cdot d\theta$$

$$d\Omega = \int_0^{2\pi} (\eta\mu\theta \cdot d\theta) \cdot d\phi = 2\pi \cdot \eta\mu\theta \cdot d\theta$$



Ο ανιχνευτής καταμετρά τον αριθμό των σωματιδίων που έχουν σκεδαστεί σε γωνίες θ έως $\theta+d\theta$, δηλαδή εντός στερεάς γωνίας $d\Omega$

$$d\Omega = 2\pi \cdot \sin \theta \cdot d\theta$$

Διαφορική ενεργός διατομή σκέδασης

$$\sigma(\theta) = \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

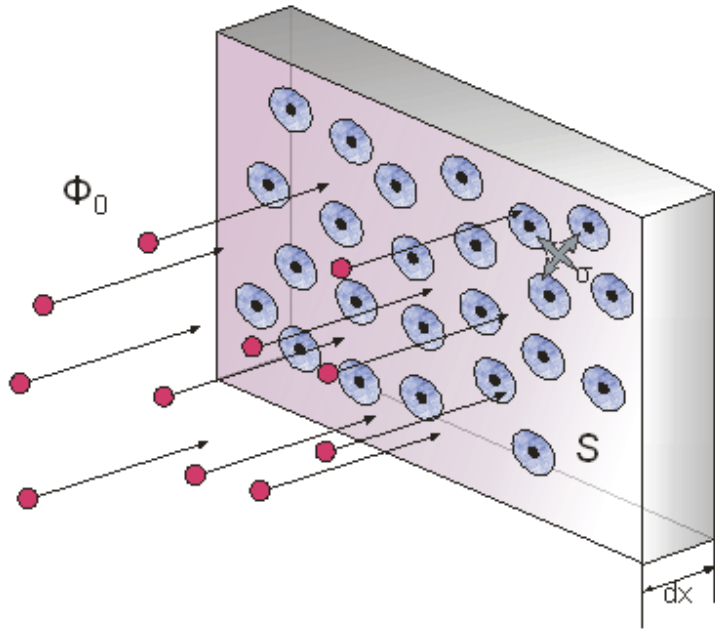
$$\sigma = \left(\frac{1}{8\pi\epsilon_0}\right)^2 \pi \left[\frac{Z_1 Z_2 e^2}{m v_0^2 / 2} / \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]^2$$

$$d\sigma = 2\pi \cdot \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{m v_0^2}\right)^2 \frac{1}{2 \tan(\theta/2) \cdot \sin^2(\theta/2)} d\theta$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{1}{16\pi\epsilon_0}\right)^2 \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{\frac{1}{2} m v_0^2}\right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$

Σχέση Σκέδασης σωματιδίων α κατά Rutherford

Έστω φύλλο Au που περιέχει n άτομα ανά μονάδα όγκου και έχει ελάχιστο πάχος $dx = t$, ώστε οι προβολές των ενεργών διατομών των πυρήνων του να μην αλληλεπικαλύπτονται.



Το ποσοστό f των αρχικών σωματιδίων α της δέσμης που θα διέρθουν μέσα από τις στοιχειώδεις επιφάνειες σ και θα σκεδαστούν κατά γωνία θ ορίζεται ως:

$$f = n \cdot t \cdot \sigma$$

Ο αριθμός των σωματιδίων α της δέσμης που καταμετρά ο ανιχνευτής σε απόσταση r από τον σκεδαστή, είναι αυτά που αφού έχουν σκεδαστεί σε γωνίες θ έως $\theta+d\theta$, εντός μίας στερεάς γωνίας $d\Omega$, πέφτουν στην επιφάνεια dS του ανιχνευτή

$$\Phi(\vartheta) = \Phi_0 \cdot \frac{df}{dS} = \Phi_0 \cdot \frac{n \cdot t \cdot d\sigma}{dS} = \Phi_0 \cdot \frac{n \cdot t}{r^2} \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega} \Rightarrow$$

$$\Phi(\vartheta) = \Phi_0 \cdot \frac{n \cdot t}{r^2} \cdot \left(\frac{1}{16 \pi \epsilon_0} \right)^2 \cdot \left[\frac{Z_1 Z_2 e^2}{\frac{1}{2} m v_0^2} \right]^2 \cdot \frac{1}{\sin^4 \left(\frac{\vartheta}{2} \right)}$$

Σχέση Rutherford