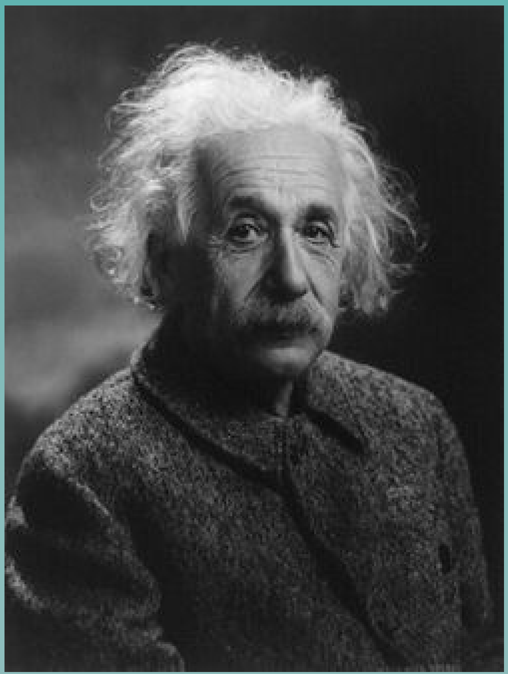
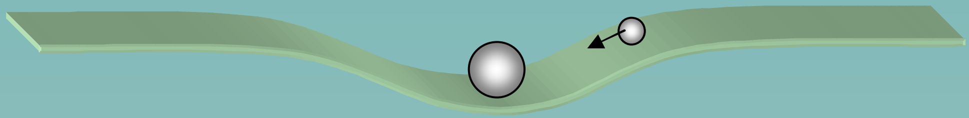
Στοιχεία της θεωρίας της Σχετικότητας



Άλμπερτ Αϊνστάιν 1905



Έννοια Συστήματος Αναφοράς $\Rightarrow$ Ένα σταθερό σύστημα (*x,y,z*) και *t* βάσει του οποίου περιγράφουμε ένα φυσικό γεγονός. Συνήθως σύστημα Εργαστηρίου.

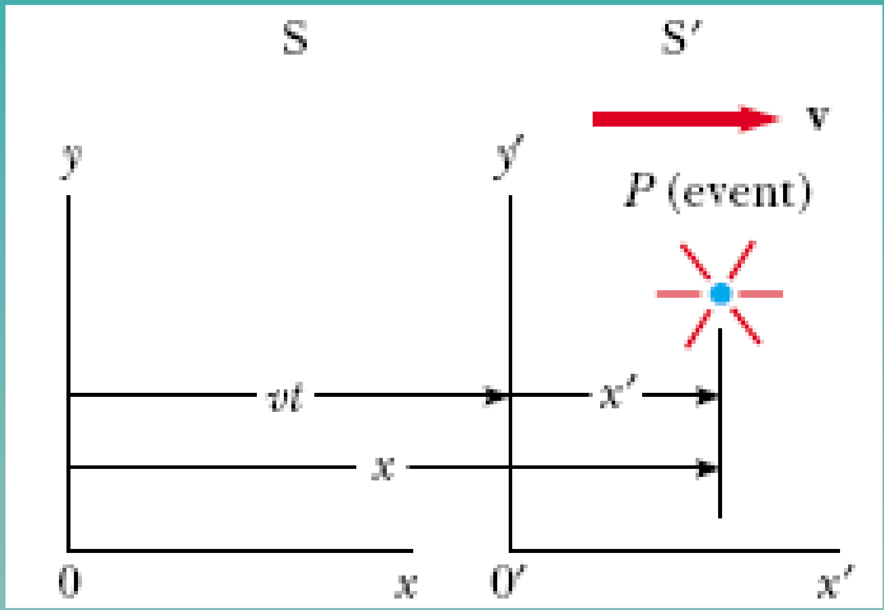
Έννοια Αδρανειακού Συστήματος $\Rightarrow$ Ένα σύστημα αναφοράς στο οποίο ισχύει ο πρώτος Νόμος του Νεύτωνα.

Κάθε σύστημα που κινείται με σταθερή ταχύτητα σε σχέση με ένα αδρανειακό σύστημα είναι επίσης Αδρανειακό Σύστημα.

Σχετικότητα Γαλιλαίου $\Rightarrow$ Οι νόμοι της Μηχανικής ίδιοι (Αναλλοίωτοι) για όλα τα Αδρανειακά Συστήματα Αναφοράς

Μετασχηματισμοί Γαλιλαίου

Εάν (x,y,z,t) οι συντεταγμένες ενός γεγονότος P ως προς ένα αδρανειακό σύστημα S και (x’,y’,z’,t’) οι συντεταγμένες του ίδιου γεγονότος ως προς ένα άλλο αδρανειακό σύστημα S’ το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα u παράλληλα προς τον άξονα xx’. ⇒



Οι συντεταγμένες των δύο αδρανειακών συστημάτων συνδέονται μέσω των μετασχηματισμών του Γαλιλαίου

Οι μετασχηματισμοί του Γαλιλαίου για τις συντεταγμένες

$$x' = x - ut$$

$$y' = y$$

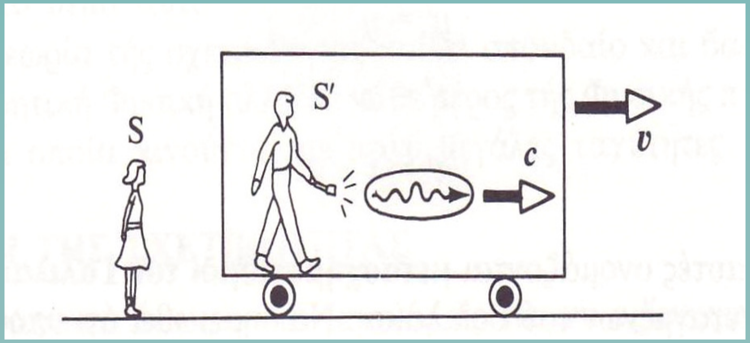
$$z' = z$$

$$t' = t$$

Οι μετασχηματισμοί του Γαλιλαίου για ταχύτητες

(νόμος πρόσθεσης ταχυτήτων)

$$u_x' = u_x - u$$



Βασίζεται σε δύο αξιώματα τα οποία είναι αντίθετα με την κλασική μηχανική:

- Οι νόμοι της φυσικής είναι οι **ίδιοι** για όλους τους παρατηρητές που βρίσκονται σε **αδρανειακό** σύστημα αναφοράς

- Η **ταχύτητα του φωτός** στο κενό είναι **ίδια** για όλους τους παρατηρητές, ανεξαρτήτως της σχετικής τους κίνησης ή της κίνησης της πηγής του φωτός.

Μετασχηματισμοί Lorentz

Οι μετασχηματισμοί από το S στο S'

Οι μετασχηματισμοί συντεταγμένων

$$x' = \gamma(x - vt) \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)$$

Οι μετασχηματισμοί ταχυτήτων

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}}$$

$$u'_y = \frac{u_y}{\gamma\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)} \quad \text{and} \quad u'_z = \frac{u_z}{\gamma\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)}$$

Οι μετασχηματισμοί από το S' στο S

Οι μετασχηματισμοί συντεταγμένων

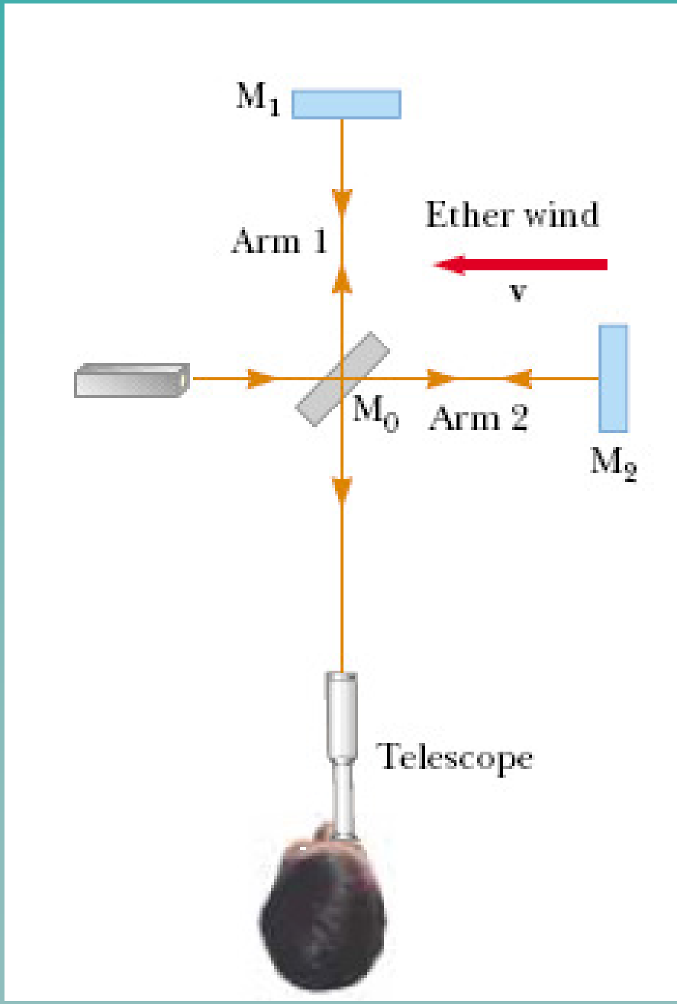
$$x = \gamma(x' + vt') \qquad y = y' \qquad z = z' \qquad t = \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right)$$

Οι μετασχηματισμοί ταχυτήτων

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}}$$

Γενικότερα θέτουμε –u όπου u και αντιμεταθέτουμε τα u_x και`u_y

Το πείραμα των Michelson-Morley



Ιστορικά σημαντικό

Συνέβαλλε στην απόρριψη του ‘Αιθέρα’

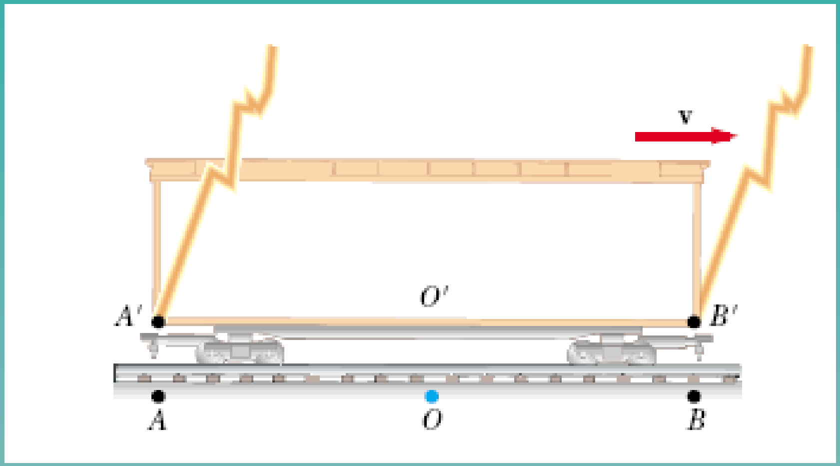
Εισήγαγε μια αποτελεσματική μέθοδο μέτρησης μηκών της τάξης του 1% του λ

Είχε αρνητικό αποτέλεσμα

Η θεωρία έχει ορισμένες περίεργες συνέπειες. Κάποιες από αυτές είναι οι εξής:

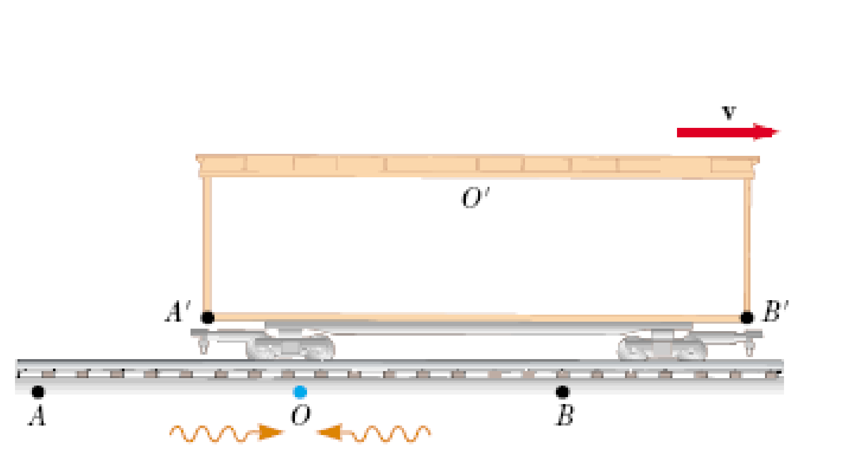
- <u>Διαστολή του χρόνου</u>: Τα κινούμενα ρολόγια γυρνάνε πιο αργά από ένα *στάσιμο* ρολόι ενός παρατηρητή.
- <u>Συστολή του μήκους</u>: Τα αντικείμενα παρατηρούνται να μικραίνουν στην κατεύθυνση που κινούνται σε σχέση με τον παρατηρητή.
- <u>Σχετικότητα της ταυτοχρονικότητας</u>: Δύο γεγονότα που φαίνονται να συμβαίνουν ταυτόχρονα σε έναν παρατηρητή Α, δε θα συμβαίνουν ταυτόχρονα για έναν παρατηρητή Β, εάν ο Β κινείται σε σχέση με τον Α.
- <u>Ισοδυναμία μάζας-ενέργειας</u>: Από τη σχέση $E = mc^2$, η ενέργεια και η μάζα είναι ισοδύναμες.

Η έννοια του ταυτόχρονου

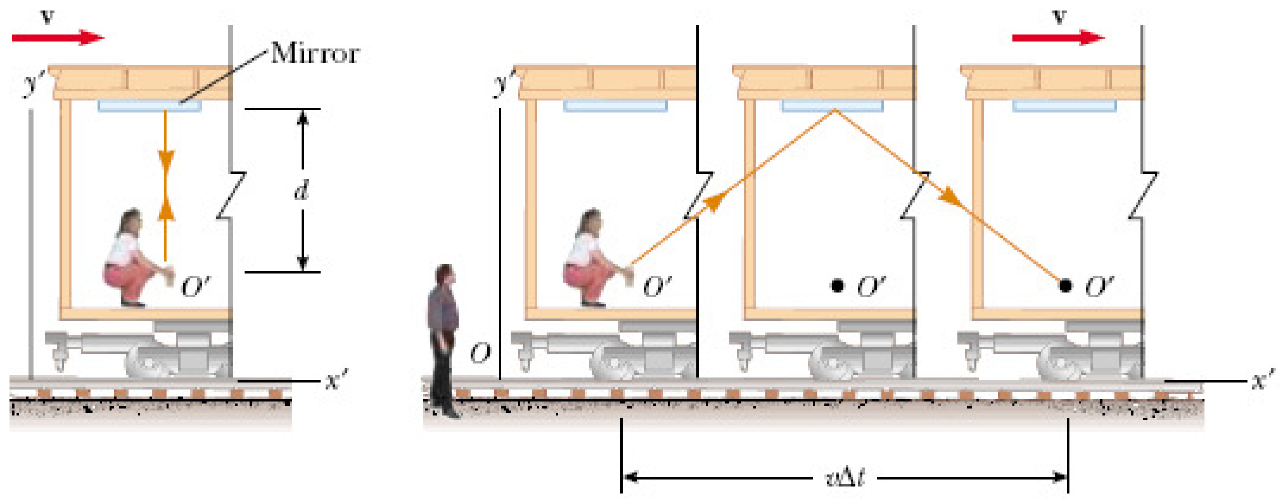


Σύμφωνα με τον Einstein ο χρόνος δεν είναι απόλυτος εξαρτάται από το σύστημα μέτρησης

Δύο γεγονότα που είναι ταυτόχρονα σε ένα σύστημα αναφοράς δεν είναι κατ 'ανάγκη ταυτόχρονα σε ένα άλλο σύστημα που κινείται ως προς το πρώτο.



Διαστολή του χρόνου

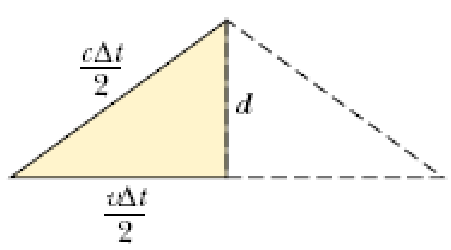


Το διάστημα για τον ακίνητο παρατηρητή είναι μεγαλύτερο

Για τον ακίνητο παρατηρητή ισχύει : $\Delta t_p = 2d/c$

$$\Delta t = \frac{\Delta t_p}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma \Delta t_p$$

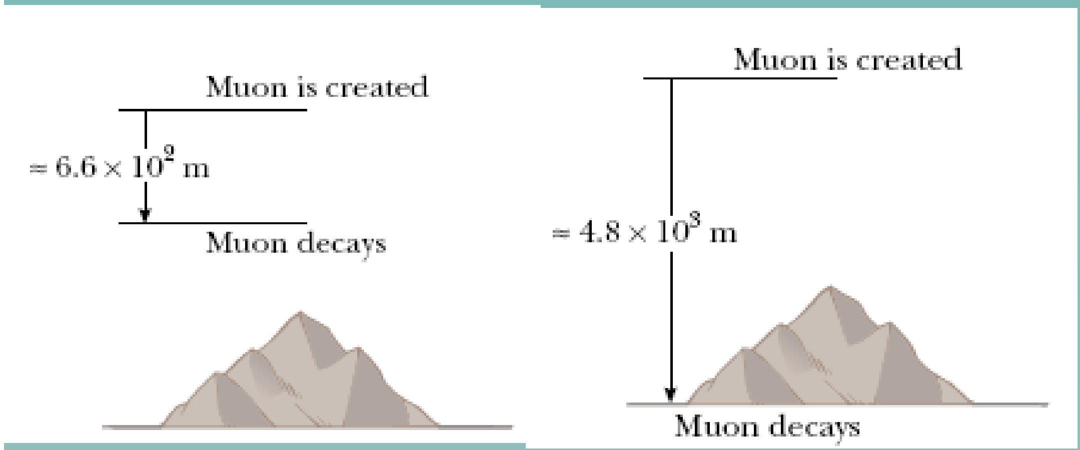
Για τον κινούμενο παρατηρητή ισχύει ότι :



$$\left(\frac{c\,\Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{v\,\Delta t}{2}\right)^2 + d^2$$

Συνέπειες της Διαστολή του χρόνου

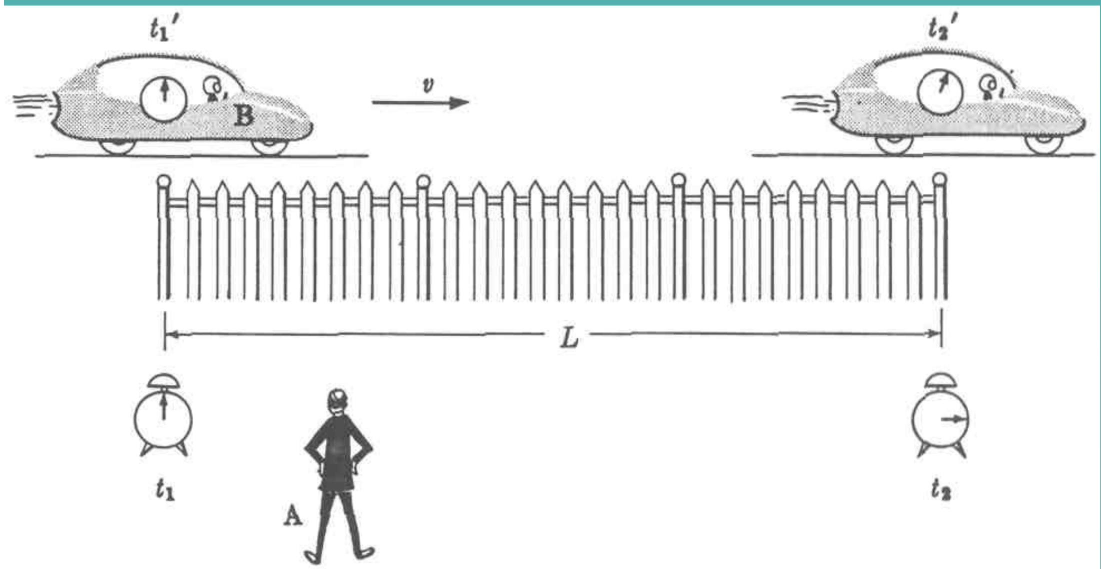
Το παράδοξο των διδύμων



Ο χρόνος ημιζωής των μιονίων

Συστολή του μήκους

Το ιδιομήκος ενός αντικειμένου ορίζεται ως το μήκος του αντικειμένου που μετριέται στο σύστημα αναφοράς στο οποίο το αντικείμενο ηρεμεί.



$$L = v\,\Delta t_p = v\,\frac{\Delta t}{\gamma}$$

$$L = \frac{L_p}{\gamma} = L_p\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

Το μήκος ενός αντικειμένου είναι πάντοτε μικρότερο από το ιδιομήκος, όταν μετριέται σε ένα σύστημα αναφοράς στο οποίο το αντικείμενο κινείται.

Σχετικιστική Ορμή

Ο ορισμός της σχετικιστικής ορμής πρέπει να ικανοποιεί τους ακόλουθους όρους :

- Η σχετικιστική ορμή πρέπει να διατηρείται σε όλες τις κρούσεις.
- Η σχετικιστική ορμή πρέπει να τείνει προς τον κλασικό ορισμό για ταχύτητες πολύ μικρότερες της ταχύτητας του φωτός

$$\mathbf{p} \equiv \frac{m\mathbf{u}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \gamma m \mathbf{u}$$

Όπου *γm* είναι η σχετικιστική μάζα

Σχετικιστική Ενέργεια

Σχετικιστική Δύναμη

$$\mathbf{F} \equiv \frac{d\mathbf{p}}{dt}$$

Σχετικιστική Ενέργεια

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F\,dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dp}{dt}\,dx$$

Σχετικιστική Κινητική Ενέργεια

$$K = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - mc^2 = \gamma mc^2 - mc^2$$

Σχετικιστική Ενέργεια

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \gamma mc^2$$

Σχέση ενέργειας ορμής

$$E^2 = p^2c^2 + (mc^2)^2$$

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

Τα δυο **θεμελιώδη αξιώματα** της ειδικής θεωρίας της σχετικότητας είναι:

- Οι νόμοι της φυσικής είναι οι ίδιοι για όλους τους παρατηρητές που βρίσκονται σε αδρανειακό σύστημα αναφοράς

- Η ταχύτητα του φωτός στο κενό είναι ίδια για όλους τους παρατηρητές, ανεξαρτήτως της σχετικής τους κίνησης ή της κίνησης της πηγής του φωτός.

Για να χρησιμοποιηθούν τα παραπάνω αξιώματα αντικαθιστούμε τους μετασχηματισμούς τους Γαλιλαίου με τους **μετασχηματισμούς Lorentz**.

Μετασχηματισμοί Lorentz

Οι μετασχηματισμοί από το S στο S'

Οι μετασχηματισμοί συντεταγμένων

$$x' = \gamma(x - vt) \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)$$

Οι μετασχηματισμοί ταχυτήτων

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}}$$

$$u'_y = \frac{u_y}{\gamma\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)} \quad \text{and} \quad u'_z = \frac{u_z}{\gamma\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)}$$

Οι μετασχηματισμοί από το S' στο S

Οι μετασχηματισμοί συντεταγμένων

$$x = \gamma(x' + vt') \qquad y = y' \qquad z = z' \qquad t = \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right)$$

Οι μετασχηματισμοί ταχυτήτων

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}}$$

Γενικότερα θέτουμε –u όπου u και αντιμεταθέτουμε τα u_x και`u_y

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΗΣ ΣΧΕΤΙΚΟΤΗΤΑΣ:

- Τα κινούμενα ρολόγια πηγαίνουν αργότερα κατά έναν συντελεστή γ σε σύγκριση με το ρολόι ενός ακίνητου παρατηρητή. Το φαινόμενο αυτό λέγεται **διαστολή του χρόνου**.
- Το μήκος των αντικειμένων που κινούνται φαίνεται ότι είναι μικρότερο κατά την διεύθυνση της κίνησης. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται **συστολή του μήκους**.
- Γεγονότα που είναι ταυτόχρονα για έναν παρατηρητή δεν είναι ταυτόχρονα για έναν άλλο παρατηρητή που κινείται.

Ο ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΣΧΕΤΙΚΙΣΤΙΚΗΣ ΟΡΜΗΣ

$$p = \frac{mu}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}} = \gamma mu$$

Ο ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΣΧΕΤΙΚΙΣΤΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

$$E^2 = p^2c^2 + (mc)^2$$

Η σχετικιστική ενέργεια συνδέεται με την ολική ενέργεια μέσω της σχέσης:

$$E = \gamma mc^2 = K + mc^2$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Η περίοδος ενός εκκρεμούς μετρούμενη στο αδρανειακό σύστημα αναφοράς του εκκρεμούς είναι 3.0 s. Ποια περίοδο μετράει ένας παρατηρητής που κινείται με ταχύτητα 0.95c, σε σχέση με το εκκρεμές;

Λύση

Στην περίπτωση μας ο ιδιοχρόνος Δt_p είναι 3 s. Επομένως ο χρόνος που μετράει ο κινούμενος παρατηρητής είναι είναι ίσος με:

$$\Delta t = \gamma \Delta t_p = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0.950c)^2}{c^2}}} \Delta t_p = \frac{1}{\sqrt{1 - 0.902}} \Delta t_p$$

$$= (3.20)(3.00 \text{ s}) = \boxed{9.60 \text{ s}}$$

2) Ένας παρατηρητής που είναι ακίνητος ως προς ένα διαστημόπλοιο το μετράει και βρίσκει ότι έχει μήκος 120 m. Λίγο αργότερα το διαστημόπλοιο απογειώνεται και περνάει μπροστά από τον παρατηρητή με ταχύτητα 0.99c. Ποιο είναι το μήκος του διαστημοπλοίου που θα μετρήσει τώρα ο παρατηρητής;

Λύση

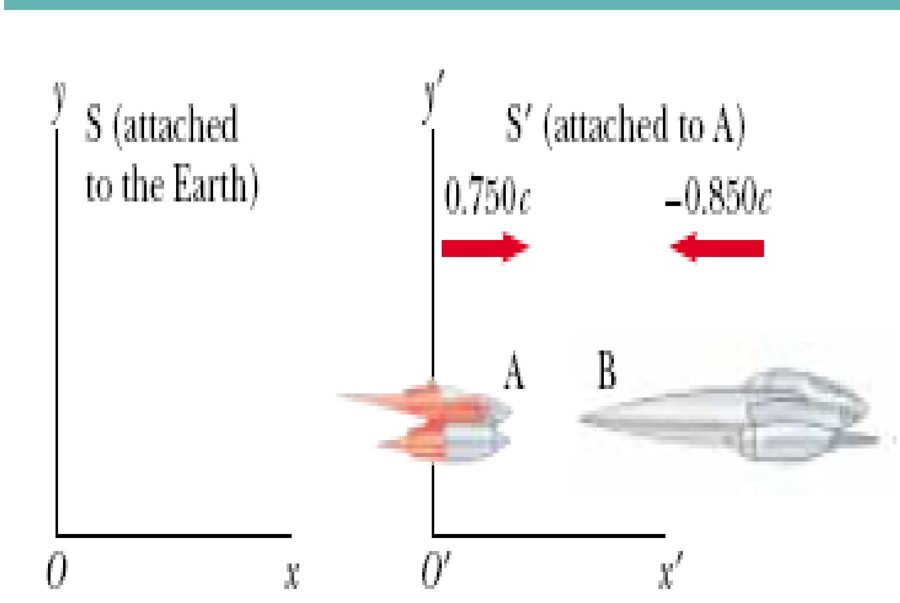
Ο παρατηρητής θα μετρήσει μήκος ίσο με:

$$L = L_p \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = (120.0\ \mathrm{m}) \sqrt{1 - \frac{(0.99c)^2}{c^2}} = \boxed{17\ \mathrm{m}}$$

3) Δύο διαστημόπλοια Α και Β κινούνται σε αντίθετη κατεύθυνση. Το μέτρο της ταχύτητας του Α, μετρούμενης από έναν γήινο παρατηρητή, είναι 0.75c, ενώ 0.85c είναι το μέτρο της ταχύτητας του Β ως προς τον ίδιο παρατηρητή. Βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του Β μετρούμενης από τον πιλότο του Α.

Λύση

Θεωρούμε ότι το σύστημα S’ βρίσκεται πάνω στο διαστημόπλοιο Α. Έτσι, ως προς τη γη πάνω στην οποία βρίσκεται στο σύστημα S, το S’ κινείται με ταχύτητα 0.75c.



Το Β λοιπόν μπορεί να θεωρηθεί ως ένα αντικείμενο που κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα u_x=-0.85c ως προς τον γήινο παρατηρητή. Επομένως για να βρούμε την ταχύτητα του Β ως προς τον Α χρησιμοποιούμε τους μετασχηματισμούς Lorentz

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} = \frac{-0.850c - 0.750c}{1 - \frac{(-0.850c)(0.750c)}{c^2}}$$

$$= \boxed{-0.977c}$$

4) Ένα ηλεκτρόνιο, μάζας ηρεμίας 9.11 10^{-31}kg, κινείται με ταχύτητα 0.750c. Υπολογίστε τη σχετικιστική ορμή και την κλασική του τιμή συγκρίνεται τις δύο τιμές.

Λύση

Η κλασική του τιμή είναι ίση με:
$p= mu= 2.05\ 10^{-22}$ kg m/s
Ενώ η σχετικιστική του ορμή είναι ίση με:

$$p = \frac{m_e u}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$p = \frac{(9.11 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg})\,(0.750)\,(3.00 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s})}{\sqrt{1 - \frac{(0.750c)^2}{c^2}}}$$

$p= 3.1\ 10^{-22}$ kg m/s

Κατά συνέπεια το σωστό αποτέλεσμα που είναι το σχετικιστικό είναι κατά 50% μεγαλύτερο από το κλασικό.

5) Ένα ηλεκτρόνιο κινείται με ταχύτητα u = 0.25c. Βρείτε την ολική ενέργεια του και την κινητική ενέργεια του σε eV.

Λύση

Η ενέργεια ηρεμίας του ηλεκτρονίου είναι ίση με:
$E = mc^2 = 0.511$ MeV
Επομένως η ολική του ενέργεια είναι ίση με:

$$E = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{0.511 \text{ MeV}}{\sqrt{1 - \frac{(0.250c)^2}{c^2}}} = 1.03(0.511 \text{ MeV}) = \boxed{0.528 \text{ MeV}}$$

Και η κινητική του ενέργεια είναι ίση με:

$$K = E - m_e c^2 = 0.528 \text{ MeV} - 0.511 \text{ MeV} = \boxed{0.017 \text{ MeV}}$$

6) Η ενέργεια σύνδεσης του πυρήνα του δευτεριού. Η μάζα του πυρήνα του δευτεριού δεν ισούται με το άθροισμα των μαζών των συστατικών του, που είναι ένα πρωτόνιο και ένα νετρόνιο. Υπολογίστε τη διαφορά μάζας και την ισοδύναμη ενέργεια.

Λύση

Η μάζα του πρωτονίου είναι ίση με: m_p = 1.007276 u
Η μάζα του νετρονίου είναι ίση με: m_n = 1.008665 u

Επομένως m_p+m_n = 2.015941 u

Η μάζα του πυρήνα του δευτερίου είναι ίση με 2.013553 u. Συνεπώς η διαφορά μάζας είναι ίση με Δm = 0.002388 u.
1u = 1.66 10^{-27} kg, Επομένως Δm = 3.96 10^{-30} kg.

Σύμφωνα με τη σχέση ισοδυναμίας μάζας ενέργειας ισχύει ότι, η ενέργεια σύνδεσης του πυρήνα του δευτερίου είναι ίση με:

$E=\Delta mc^2 = (3.96\ 10\text{-}^{30}\ kg)(3\ 10^8\ m/s) = 3.56\ 10^{-23}\ J = 2.23\ MeV$

7) Μια μπάλα ρίχνεται με ταχύτητα 20 m/s μέσα σε ένα βαγόνι τραίνου που κινείται στις γραμμές με ταχύτητα 40 m/s. Ποια είναι η ταχύτητα της μπάλας ως προς το έδαφος εάν αυτή ρίχνεται α) προς τα εμπρός, β) προς τα πίσω, γ) έξω από την πλάγια πόρτα;

Λύση

(a) $v = v_T + v_B = \boxed{60.0 \text{ m/s}}$

(b) $v = v_T - v_B = \boxed{20.0 \text{ m/s}}$

(c) $v = \sqrt{v_T^2 + v_B^2} = \sqrt{20^2 + 40^2} = \boxed{44.7 \text{ m/s}}$

8) Ένας αστρονόμος στη γη παρατηρεί έναν μετεωρίτη ο οποίος πλησιάζει τη γη με ταχύτητα 0.8c και τη στιγμή εκείνη βρίσκεται σε απόσταση 20 έτη φωτός από τη γη. Υπολογίστε α) Τον χρόνο που απαιτείται ώστε να συγκρουστεί ο μετεωρίτης με τη γη, σύμφωνα με τον αστρονόμο. β) Το ίδιο χρονικό διάστημα σύμφωνα ως προς σύστημα αναφοράς το οποίο βρίσκεται στον μετεωρίτη. γ) Την απόσταση ως προς σύστημα αναφοράς το οποίο βρίσκεται στον μετεωρίτη.

Λύση

α) Σύμφωνα με τον αστρονόμο ο χρόνος μέχρι να συγκρουστεί ο μετεωρίτης με τη γη είναι ίσος με:

$$\Delta t = \frac{x}{v} = \frac{20 \text{ ly}}{0.8c} = \frac{20 \text{ ly}}{0.8c}\,\frac{1c}{1 \text{ ly/yr}} = \boxed{25.0 \text{ yr}}.$$

β) Το ίδιο χρονικό διάστημα ως προς σύστημα αναφοράς το οποίο βρίσκεται στον μετεωρίτη είναι ίσο με

$$\Delta t = \gamma \Delta t_p: \qquad \Delta t_p = \frac{\Delta t}{\gamma} = \frac{25.0 \text{ yr}}{1/\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 25.0 \text{ yr}\sqrt{1 - 0.8^2} = 25.0 \text{ yr}(0.6) = \boxed{15.0 \text{ yr}}$$

γ) Η απόσταση ως προς σύστημα αναφοράς το οποίο βρίσκεται στον μετεωρίτη είναι ίσο με:

$$L = \frac{L_p}{\gamma} = \frac{20 \text{ ly}}{1/\sqrt{1 - 0.8^2}} = \frac{20 \text{ ly}}{1.667} = \boxed{12.0 \text{ ly}}.$$

9) Ένα διαστημόπλοιο απογειώνεται από την επιφάνεια της γης με ταχύτητα 0.6c και γωνία 50° ως προς την επιφάνεια της γης. Ένα άλλο διαστημόπλοιο επιστρέφει στη γη με ταχύτητα 0.7c. Να καθοριστεί η διεύθυνση και το μέτρο της ταχύτητας του πρώτου διαστημοπλοίου, όπως το αντιλαμβάνεται ο πιλότος του δεύτερου διαστημοπλοίου.

Λύση

Οι συνιστώσες της ταχύτητας του πρώτου διαστημόπλοιου είναι:

$u_x = \cos(50^o)u = 0.386c$ και $u_x = \sin(50^o)u = 0.459c$. Κατά συνέπεια, σύμφωνα με του μετασχηματισμούς Lorentz, οι συνιστώσες της ταχύτητας του πρώτου διαστημοπλοίου, όπως το αντιλαμβάνεται ο πιλότος του δεύτερου διαστημοπλοίου είναι:

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - u_x v/c^2} = \frac{0.386c - (-0.7c)}{1 - \left[(0.386c)(-0.7c)/c^2\right]} = \frac{1.086c}{1.27} = 0.855c$$

$$u'_y = \frac{u_y}{\gamma\left(1 - u_x v/c^2\right)} = \frac{0.459c\sqrt{1-(0.7)^2}}{1-(0.386)(-0.7)} = \frac{0.459c(0.714)}{1.27} = 0.258c$$

Το μέτρο της ταχύτητας του πρώτου διαστημοπλοίου, όπως το αντιλαμβάνεται ο πιλότος του δεύτερου διαστημοπλοίου είναι:

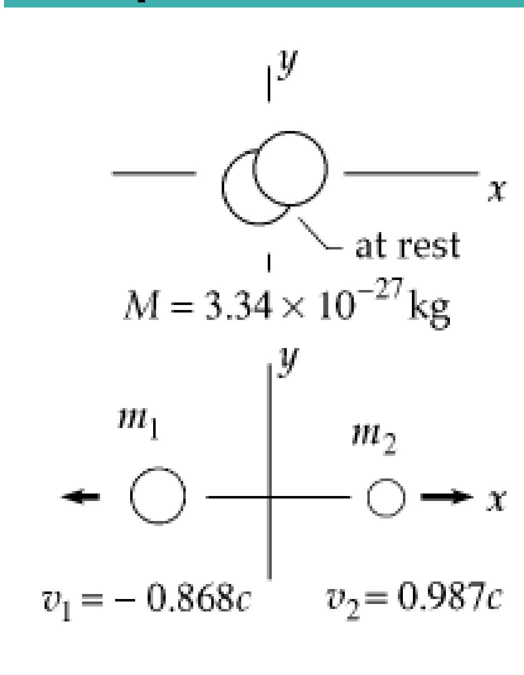
$$\sqrt{(0.855c)^2 + (0.285c)^2} = \boxed{0.893c}$$

Και η διεύθυνση της ταχύτητας είναι

$$\tan^{-1}\frac{0.258c}{0.855c} = \boxed{16.8^\circ \text{ above the } x'\text{-axis}}.$$

10) Ένα μη σταθερό σωματίδιο με μάζα 3.34 $10^{-27\ kg}$ είναι αρχικά σε ηρεμία. Το σωματίδιο διασπάται σε δύο θραύσματα τα οποία φεύγουν με ταχύτητες 0.987c και -0.868c αντίστοιχα. Βρείτε τις μάζες των δύο θραυσμάτων.

Λύση



Η ενέργεια και η ορμή διατηρείται. Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε: $\mathbf{E_1+E_2=E_{tot}}$

$$mc^2 = \gamma_1 m_1 c^2 + \gamma_2 m_2 c^2$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{\sqrt{1-(0.868)^2}} = 2.01 \text{ and } \gamma_2 = \frac{1}{\sqrt{1-(0.987)^2}} = 6.22\,.$$

Επομένως $\mathbf{m_1+3.09\ m_2=1.66\ 10^{-27}}$ **(1)**

Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ορμής $\mathbf{p_1=p_2}$

Επομένως $\gamma_1 m_1 u_1 = \gamma_2 m_2 u_2$

Συνεπώς $(2.01)(0,868c)m_1=(6.22)(0.987c)m_2$ ή

$\mathbf{m_1=3.52m_2}$ **(2)**

Από τις εξισώσεις (1) και (2) προκύπτει ότι:

$\mathbf{m_1 = 8.84\ 10^{-28\ kg}}$ και $\mathbf{m_2 = 2.51\ 10^{-28\ kg}}$

11) Ένα πιόνιο που βρίσκεται σε ηρεμία (m_π = 273m_e) διασπάται σε ένα μιόνιο (m_μ=206m_e) και σε ένα αντινετρίνο (m_ν=0), σύμφωνα με την αντίδραση $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}.$

Βρείτε την κινητική ενέργεια του μιονίου και του αντινετρίνου σε MeV.

Λύση

Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε: $p_{αρχ} = p_{τελ} = 0$

Επομένως $\mathbf{p_\nu = p_\mu = \gamma\, m_\mu\, u = \gamma(207 m_e) u}$ **(1)**

Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε:

$E_\mu + E_\nu = E_\pi$

Επομένως : $\mathbf{\gamma m_\mu c^2 + p_\nu c = m_\pi c^2}$ **(2)**

Από τις εξισώσεις (1) και (2) προκύπτει ότι u=0.270c

Επομένως η κινητική ενέργεια του μιονίου είναι ίση με:

$$K_\mu = (\gamma - 1) m_\mu c^2 = (\gamma - 1) 207 \left(m_e c^2\right):$$

K_μ = 4.08 MeV

Και η ενέργεια του αντινετρίνου είναι ίση με:

$E_\nu = E_\pi - E_\mu$

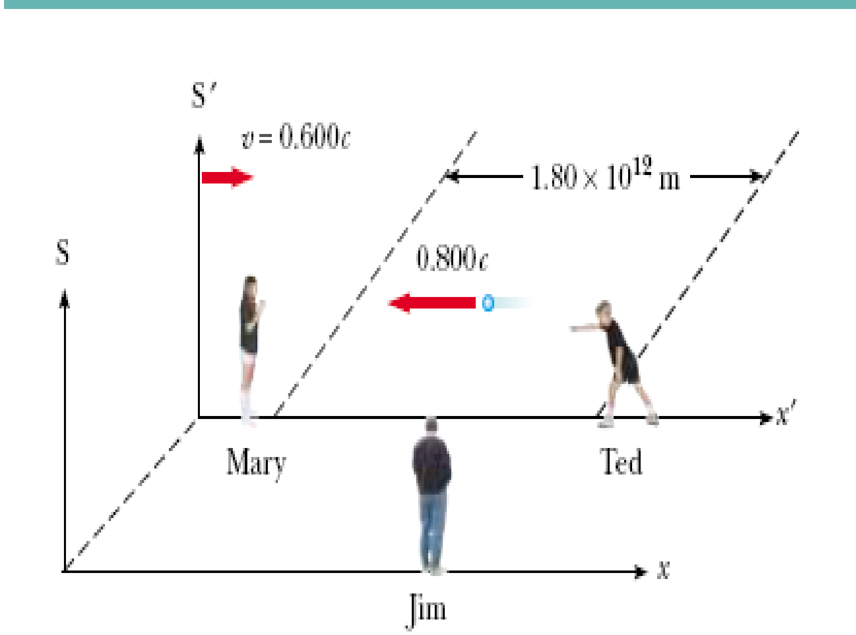
$$E_\nu = m_\pi c^2 - \gamma\, m_\mu c^2 = (273 - 207\gamma) m_e c^2$$

$$E_\nu = \left(273 - \frac{207}{\sqrt{1-(0.270)^2}}\right)(0.511\ \mathrm{MeV})$$

$$E_\nu = \boxed{29.6\ \mathrm{MeV}}$$

12. Ο **Ted** και η **Mary** παίζουν ένα παιχνίδι στο σύστημα αναφοράς **S'** το οποίο κινείται ως προς το **S,** στο οποίο βρίσκεται ο **Jim,** με ταχύτητα **0.6c.** Ο **Ted** ρίχνει την μπάλα στη **Mary** με ταχύτητα **0.8c** σύμφωνα με τον **Ted.** Η απόσταση μεταξύ του **Ted** και της **Mary** είναι **$1.8\ 10^{12}$ m.** α) Σύμφωνα με τη **Mary,** πόσο γρήγορα κινείται η μπάλα; β) Σύμφωνα με τη **Mary,** πόσος χρόνος χρειάζεται για να φτάσει η μπάλα σε αυτή; γ) Σύμφωνα με τον **Jim** πόσο μακριά είναι ο **Ted** και η **Mary** και πόσο γρήγορα κινείται η μπάλα; δ) Σύμφωνα με τον **Jim** πόσος χρόνος χρειάζεται για να φτάσει η μπάλα στη **Mary;**

Λύση



α) Επειδή η Mary βρίσκεται στο ίδιο σύστημα με τον Ted η μπάλα, σύμφωνα με την Mary κινείται με ταχύτητα **u_x'= 0.8c.**

β) Ο χρόνος που χρειάζεται για να φτάσει η μπάλα στη Mary είναι:

$\Delta t'=Lp/u_x'=(1.8\ 1012\ m)/(0.8*3108) = 7.5\ 103$ s.

γ) Σύμφωνα με τον Jim ο Ted και η Mary απέχουν:

$$L = L_p\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \left(1.80\times10^{12}\ \text{m}\right)\sqrt{1-\frac{(0.600c)^2}{c^2}} = \boxed{1.44\times10^{12}\ \text{m}}$$

Ενώ η μπάλα κινείται με ταχύτητα η οποία υπολογίζεται από τους μετασχηματισμούς Lorentz

$$u_x = \frac{u'_x+v}{1+u'_x v/c^2} = \frac{(-0.800c)+(0.600c)}{1+(-0.800)(0.600)} = \boxed{-0.385c}.$$

δ) Σύμφωνα με τον Jim η μπάλα πρέπει να διανύσει απόσταση 1.44 10^{12} m. Η Mary κινείται με ταχύτητα 0.6c και η μπάλα με ταχύτητα 0.385c. Επομένως η συνολική ταχύτητα είναι ίση με 0.985c και ο χρόνος που χρειάζεται για να φτάσει η μπάλα στη Mary είναι

$$\Delta t = \frac{1.44\times10^{12}\ \text{m}}{0.985\left(3.00\times10^{8}\ \text{m/s}\right)} = \boxed{4.88\times10^{3}\ \text{s}}.$$

13. **Η επικρατέστερη πυρηνική αντίδραση μέσα στον Ήλιο είναι**
4p $\longrightarrow$ ^{4}He+ΔΕΑν η μάζα ηρεμίας κάθε πρωτονίου είναι 938.2 MeV και η μάζα ηρεμίας του πυρήνα του ^{4}He είναι 3727 MeV, υπολογίστε το ποσοστό της αρχικής μάζας που μετατρέπεται σε ενέργεια.

Λύση

$$\frac{\Delta mc^2}{mc^2} = \frac{4(938.78\ \text{MeV}) - 3\,728.4\ \text{MeV}}{4(938.78\ \text{MeV})} \times 100\% = \boxed{0.712\%}$$